

盲孔法测量残余应力A、B系数计算公式讨论

陈惠南

(机械电子工业部郑州机械研究所)

提要 文中介绍了基于通孔理论的几种A、B系数计算公式,并与盲孔A、B系数的标定值作了比较,讨论了它们之间差异的原因,建议选用与标定值相接近的A、B系数计算公式。这样在不同的材料上钻孔测量残余应力,当变更钻孔的孔径或者采用不同尺寸的应变花时不必每次进行A、B系数的标定。

(一) 引言

盲孔法测量残余应力是一种半破坏性的表面残余应力测量方法,现较广泛地应用于工程测量中。基本原理是在欲测的工件表面上粘贴应变花,对准应变花中心钻一小的浅孔,测量孔边的释放应变并用下述公式确定残余应力及主应力方向角。

$$\sigma_{1,2} = E \left[\frac{\epsilon_1 + \epsilon_3}{4A} \mp \frac{1}{4B} \sqrt{(\epsilon_1 - \epsilon_3)^2 + [2\epsilon_2 - (\epsilon_1 + \epsilon_3)]^2} \right]; \quad \tan 2\theta = \frac{2\epsilon_2 - (\epsilon_1 + \epsilon_3)}{\epsilon_3 - \epsilon_1} \quad (1)$$

式中 ϵ_1 、 ϵ_2 和 ϵ_3 分别为相应各应变计钻孔后测得的释放应变;E为被测材料的弹性模量,A、B为两个系数,它与钻孔的孔径、应变花尺寸、孔深有关。国内外研究者对它进行了大量的研究,如文献[1]中作了如下规定:(1)均匀应力场,(2)孔深与孔径比 $H/D=1.0\sim 1.2$,(3)应力水平 $\leq \sigma_s/3$ (被测材料的屈服极限),(4)应变花无量纲尺寸 r_m/a 在2.5~3.4范围内。盲孔的释放系数A、B分别用下式近似计算。

$$A = -\frac{1+\nu}{2} \frac{a^2}{r_m^2}; \quad B = -\frac{1+\nu}{2} \left[4 \frac{a^2}{r_m^2} - 3(1+\nu) \frac{a^4}{r_m^4} \right]$$

为准确起见需进行标定。这个近似计算公式实际上是根据通孔的Kirsch理论解导出的,计算时的释放应变仅考虑应变计中心一点处的应变,与实际情况不符合。Schajer^[2]对盲孔释放应变进行了有限元计算,Kabiri^[3]对释放系数各计算值进行了比较,有的与实际标定的A、B值有较大差别。本文根据我们盲孔试验标定的A、B值与基于通孔理论解的几个A、B计算公式的计算值进行了比较,选择出与标定值接近的计算公式,估计出一定的误差范围,或提出一修正系数加以修正。则在实际使用中若要求在不同的材料上测量、或者要变更钻孔的孔径大小、或者采用不同尺寸的应变花时就不必每次进行试验标定。

(二) 钻通孔时的A、B系数

考察一块受双向均匀应力的薄板,其初始应力状态为图1(c)。钻一通孔后的应力状态为图1(b),可由熟知的Kirsch理论解得到。应力状态(a)=(b)-(c),引起的应变由应变计测出。

应力状态(a)也相当于在孔边界上施加反向的初始应力(c)构成,称为钻孔后的释放应力,应变计测出的应变也称为钻孔后的释放应变。

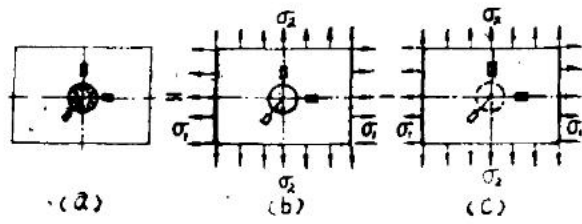


图1

应力状态 (a) 可表示为:

$$\begin{pmatrix} \sigma_r' \\ \sigma_\theta' \\ \tau_{r\theta}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} (1 - \frac{a^2}{r^2}) + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} (1 - 4\frac{a^2}{r^2} + 3\frac{a^4}{r^4}) \cos 2\theta \\ \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} (1 + \frac{a^2}{r^2}) + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} (-1 - 3\frac{a^4}{r^4}) \cos 2\theta \\ \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} (-1 - 2\frac{a^2}{r^2} + 3\frac{a^4}{r^4}) \sin 2\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\theta \\ \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\theta \\ -\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\theta \end{pmatrix} \quad (2)$$

释放应变为:
$$\epsilon_r' = \frac{1}{E} (\sigma_r' - \nu \sigma_\theta'), \epsilon_\theta' = \frac{1}{E} (\sigma_\theta' - \nu \sigma_r') \quad (3)$$

(2) 式代入 (3) 式, 从而建立 $\sigma_{1,2}$ 与 ϵ_r' 的关系, 其中包含有常数项 A 、 B , 称为释放系数。 A 、 B 系数与理论计算的释放应变 ϵ_r' 有关, 计算释放应变 ϵ_r' 的方法有:

(1) 简单地取应变计丝栅中心一点的释放应变; (2) 沿应变计丝栅长度方向上的径向释放应变线积分计算; (3) 应变计丝栅面积上释放应变的面积积分计算; (4) 应变计丝栅每根金属丝有效面积上的释放应变积分计算。

相应的 A 、 B 系数的表达式有:

$$(1) A = -\frac{1+\nu}{2} \cdot \frac{a^2}{r_m^2}, B = -\frac{1}{2} [4\frac{a^2}{r_m^2} - 3(1+\nu)\frac{a^4}{r_m^4}] \quad (4)$$

$$(2) A = -\frac{1+\nu}{2} \cdot \frac{a^2}{r_1 r_2}, B = -\frac{2a^2}{r_1 r_2} + \frac{1+\nu}{2} a^4 \cdot \frac{r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2}{r_1^3 \cdot r_2^3} \quad (5)$$

$$(3) A = -\frac{1+\nu}{4lb} S_1 a^2, B = -\frac{1}{2lb} [(1+\nu)(a^2 S_2 - \frac{3}{2} a^4 S_3) + (1-\nu)a^2 S_1] \quad (6)$$

$$(4) \text{ 每根金属丝上释放应变面积积分: } A_i = -\frac{1+\nu}{4l(b_{2i} - b_{1i})} S_{1i} a^2$$

$$B_i = -\frac{1}{2l(b_{2i} - b_{1i})} [(1+\nu)(a^2 S_{2i} - \frac{3}{2} a^4 S_{3i}) + (1-\nu)a^2 S_{1i}]$$

设有 n 根金属丝, 按 $\frac{1}{\Delta b}$ 取加权平均值:

$$\bar{A} = \frac{n/2}{\sum_{i=1}^{n/2} \frac{A_i}{\Delta b_i}} \Big/ \frac{n/2}{\sum_{i=1}^{n/2} \frac{1}{\Delta b_i}}, \bar{B} = \frac{n/2}{\sum_{i=1}^{n/2} \frac{B_i}{\Delta b_i}} \Big/ \frac{n/2}{\sum_{i=1}^{n/2} \frac{1}{\Delta b_i}} \quad (7)$$

上述公式中 a 为孔半径; r_1 、 r_2 为应变计丝栅端半径; r_m 为应变计丝栅中心半径, $r_m = \frac{r_1 + r_2}{2}$; l

为应变计丝栅长度; b 为应变计丝栅半宽度, $(b_{2i} - b_{1i})$ 为一根金属丝宽度; ν 为被测材料的泊松比。

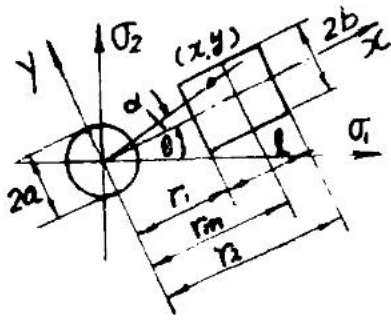


图2

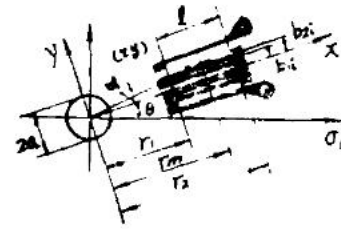


图3

$$S_1 = \int_{r_1}^{r_2} \int_{-b}^b \frac{\cos \alpha}{r^2} dx dy = 2 \left[\tan^{-1} \frac{x}{b} \right]_{x=r_1}^{x=r_2}$$

$$S_2 = \int_{r_1}^{r_2} \int_{-b}^b \frac{\cos 4\alpha}{r^2} dx dy = -2b \left[\frac{x}{x^2 + b^2} \right]_{x=r_1}^{x=r_2}$$

$$S_3 = \int_{r_1}^{r_2} \int_{-b}^b \frac{\cos 4\alpha}{r^2} dx dy = -\frac{2}{3} b \left[\frac{x}{(x^2 + b^2)^2} \right]_{x=r_1}^{x=r_2}$$

$$r^2 = x^2 + y^2, \quad \cos \alpha = \frac{x}{r}, \quad \sin \alpha = \frac{y}{r}$$

$$S_{1i} = \int_{r_1}^{r_2} \int_{b_{1i}}^{b_{2i}} \frac{\cos^2 \alpha}{r^2} dx dy = 2 \left[\tan^{-1} \frac{r_2}{y} - \tan^{-1} \frac{r_1}{y} \right]_{y=b_{1i}}^{y=b_{2i}}$$

$$S_{2i} = \int_{r_1}^{r_2} \int_{b_{1i}}^{b_{2i}} \frac{\cos 4\alpha}{r^2} dx dy = -2 \left[y \left(\frac{r_2}{r_2^2 + y^2} - \frac{r_1}{r_1^2 + y^2} \right) \right]_{y=b_{1i}}^{y=b_{2i}}$$

$$S_{3i} = \int_{r_1}^{r_2} \int_{b_{1i}}^{b_{2i}} \frac{\cos 4\alpha}{r^4} dx dy = -\frac{2}{3} \left[y \left(\frac{r_2}{(r_2^2 + y^2)^2} - \frac{r_1}{(r_1^2 + y^2)^2} \right) \right]_{y=b_{1i}}^{y=b_{2i}}$$

对于通孔情况，基于Kirsch理论解得到的释放应变，由应变计测出。因应变计有一定的面积，在该面积上的释放应变是不均匀的，它是感受整个丝栅上的平均释放应变。显然用公式(6)、公式(7)计算得到的A、B系数较符合通孔实际情况，而公式(4)、公式(5)计算得到的A、B系数不符合应变计测量的实际情况。

(三) 钻盲孔时的A、B系数

考察一块受单向均匀应力的厚板，其初始应力状态为图4(c)，钻一浅的盲孔后其应力状

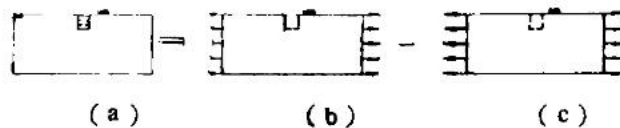


图4

态为图4(b)，应变计感受的应变决定于应力状态(a)，即相当于在孔边界上加反向的初始应力(c)构成。

由于应力状态(b)没有解折解，且随盲孔的深度不同而不同。计算释放应变只能根据应力状态(a)或应力状态(b)用有限元计算，或者直接由试验测定，从而建立 $\sigma_{1,2}$ 和释放应变的关系。

下面用单向拉伸试件标定A、B系数说明，如图5所示。

$$A = E \frac{\epsilon_0 + \epsilon_{90}}{2\sigma}, \quad B = E \frac{\epsilon_0 - \epsilon_{90}}{2\sigma} \quad (8)$$

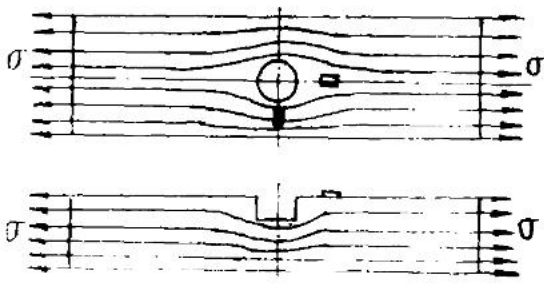


图5

钻盲孔后的力流如上图所示。在孔附近的截面上力主要由盲孔下面的材料承担，盲孔区的表面应力（无论是径向的还是切向的）都比通孔时要小，则释放应力(a) ((a)=(b)-(c)) 在0°方向（平行于作用力方向）是负值，绝对值比通孔时大，因而应变计测出的释放应变 ϵ_0 要比通孔时大；在90°方向（垂直于作用力方向）(a) = (b) - (c) 是正值，比通孔时小，因而应变计测出的释放应变 ϵ_{90} 要比通孔时小。代入(8)式可以看到 $|A_{盲}| > |A_{通}|$ ，

$|B_{盲}| \approx |B_{通}|$ 。也就是说盲孔标定的A值大于基于通孔用(6)式或(7)式计算的A值(绝对值)；标定值B应接近于基于通孔用(6)或(7)式计算的B值。这点已由Schajer用有限元法计算盲孔的释放应变得到证实(见图6) [3]。

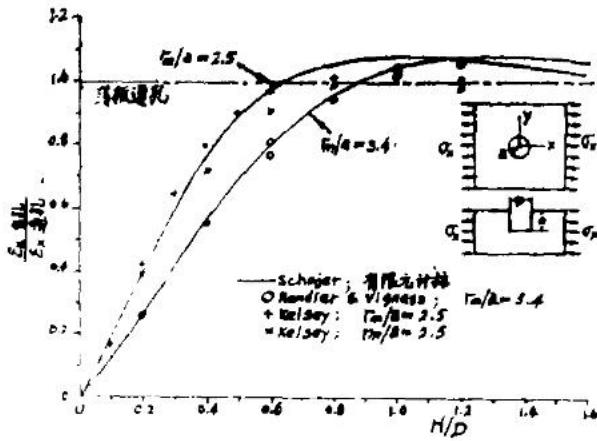


图6

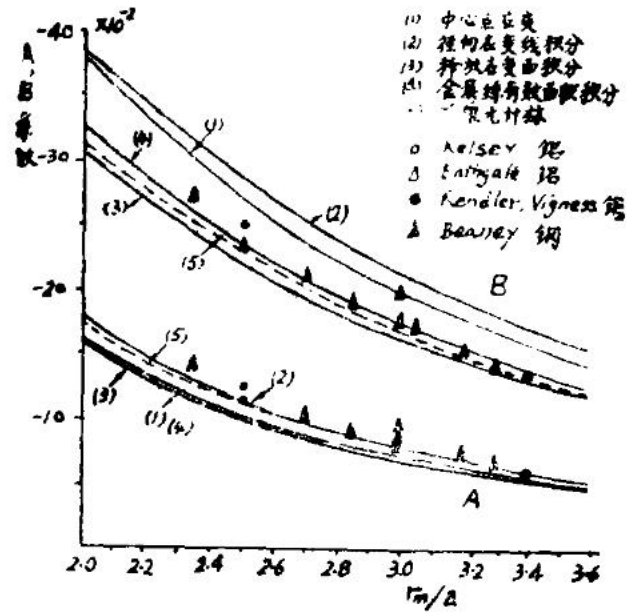


图7 [3]

文献[3]以美国M-M微测量分部生产的EAXX-062RE-120应变花为例，用上节中四种公式计算的A、B值与各研究者试验标定结果进行了比较，见图7。也证实了上述分析。计算时EAXX-062RE-120应变花尺寸为：

丝栅端部半径 $r_1 = 1.778\text{mm}$, $r_2 = 3.3655\text{mm}$ ；丝栅中心半径 $r_m = (r_1 + r_2)/2 = 2.57175\text{mm}$ ；丝栅基长 $l = 1.5875\text{mm}$ ；丝栅半宽度 $b = 0.806244\text{mm}$ ；丝栅每根金属丝宽度 $e = 0.0337596\text{mm}$ ；丝栅最外边一根金属丝宽度 $k = 0.0874451\text{mm}$ ；丝栅金属丝间距 $f = 0.0360498\text{mm}$ ；金属丝根数 $n = 22$ 。

郑州机械研究所用麻花钻钻孔的试验标定值和用上节中四种公式计算的A、B值 [4] 列于表1。

表1 麻花钻钻孔A、B系数试验标定值与计算值比较($r_m/a = 3.226$, $H/D = 1.2$, 材料为钢)

	A	B	与标定值A的偏差	与标定值B的偏差
试验标定值	-0.07255	-0.15140		
公式(4)计算值	-0.06176	-0.17441	-14.9%	15.2%
公式(5)计算值	-0.06785	-0.18689	-6.5%	23.4%
公式(6)计算值	-0.06140	-0.15144	-15.3%	0
公式(7)计算值	-0.06131	-0.15022	-15.5%	-0.8%

注：偏差计算以绝对值考虑。

计算时郑州机械所生产的TJ-120- ϕ 1.5应变花尺寸为: 丝栅端部半径 $r_1=1.75\text{mm}$, $r_2=3.25\text{mm}$; 丝栅中心半径 $r_n=(r_1+r_2)/2=2.50\text{mm}$; 丝栅基长 $l=1.55\text{mm}$; 丝栅半宽度 $b=0.7275\text{mm}$; 丝栅每根金属丝宽度 $e=0.030\text{mm}$; 丝栅金属丝间距 $f=0.045\text{mm}$; 金属丝根数 $n=20$ 。

郑州机械所仍用上述应变花用喷砂打孔标定的 $1/K_1$, $\nu K_2/K_1$ 值, 通过试验拟合曲线为: $1/K=32.450-35.616d+14.642d^2-2.137d^3$, $\nu K_2/K_1=0.352$, d 为孔径。通过下式换算成 A 、 B 值:

$$A=K_1/2(1-\nu K_2/K_1), B=K_1/2(1+\nu K_2/K_1)$$

用上节四种公式计算的 A 、 B 值列于表 2。

从上述分析和试验结果发现, 尽管采用公式 (5) 计算的 A 值不符合通孔条件下实际测量情况, 但有趣的是, 与盲孔试验标定值或有限元计算结果很接近。采用公式 (6) 计算的 B 值

表2 喷砂打孔 A 、 B 系数试验标定值与计算值比较 ($r_n/a=2.55\sim 3.33$, $H/D=1.2$, 材料为钢)

	$2a$ mm	r_n/a	A	B	与标定值 A 的偏差	与标定值 B 的偏差
试验标定值	1.50	3.33	-0.06808	-0.1420		
	1.60	3.13	-0.07723	-0.1611		
	1.70	2.94	-0.08712	-0.1818		
	2.00	2.55	-0.12045	-0.2513		
公式 (4) 计算值	1.50	3.33	-0.05783	-0.1644	-15.1%	15.8%
	1.60	3.13	-0.06579	-0.1846	-14.8%	14.6%
	1.70	2.94	-0.07427	-0.2054	-14.7%	13.0%
	2.00	2.55	-0.10280	-0.2707	-14.7%	7.7%
公式 (5) 计算值	1.50	3.33	-0.06354	-0.1765	-6.7%	24.3%
	1.60	3.13	-0.07230	-0.1974	-6.4%	22.6%
	1.70	2.94	-0.08162	-0.2189	-6.3%	20.4%
	2.00	2.55	-0.11297	-0.2842	-6.2%	13.1%
公式 (6) 计算值	1.50	3.33	-0.05755	-0.1428	-15.4%	0.6%
	1.60	3.13	-0.06548	-0.1649	-15.2%	2.3%
	1.70	2.94	-0.06548	-0.1780	-15.2%	-2.1%
	2.00	2.55	-0.07392	-0.2334	-15.1%	-7.1%
公式 (7) 计算值	1.50	3.33	-0.05747	-0.1423	-15.6%	0.2%
	1.60	3.13	-0.06533	-0.1581	-15.4%	-1.8%
	1.70	2.94	-0.07376	-0.1753	-15.3%	-3.6%
	2.00	2.55	-0.10208	-0.2296	-15.3%	-8.7%

注: 偏差计算以绝对值考虑, 对于 B , $r_n/a=2.55$ 时偏差较大。

与标定值或有限元计算结果很接近。因此, 建议:

(1) 盲孔释放系数 A 采用基于通孔理论的径向释放应变线积分导出的公式 (5) 计算, 比试验标定值平均偏小 6.5%。若采用一个修正系数: $k=1.065$, 即 $A=-k \frac{1+\nu}{2} \frac{a^2}{r_1 r_2}$ (10)

其结果与标定结果符合。

(2) 盲孔释放系数 B 采用基于通孔理论的释放应变面积积分导出的公式 (6) 计算, 计算值与标定值误差较小。释放应变在金属丝有效面积上的积分计算公式 (7) 计算时太繁复, 计算结果与公式 (6) 计算的结果相差不大。

(3) 试验标定时的条件是孔深与孔径比 $H/D=1.2$, 均匀应力场, 残余应力小于 $\sigma_s/3$ 。在这些条件下才可用 (5) 或 (10) 计算 A ; 用 (9) 式及 (7) 计算 B 。由图 7 可知, 当 $H/D=1.2$ 时应变计中心半径与孔半径之比 r_n/a 在 2.5~3.4 范围内影响不大。

(四) 在不同材料上测量时的A、B系数

根据前节讨论, A、B释放系数分别可用式(10)和式(6)计算, 在不同材料上测量影响A、B系数的因素就只有泊松比 ν 这个参数, 即可根据被测材料的 ν 值代入(10)式和(6)式计算。经计算, 当孔径1.50mm, 应变花尺寸 $r_1=1.75\text{mm}$, $r_2=3.25\text{mm}$, 宽度1.46mm(郑州机械所产的TJ-120- ϕ 1.5)时若 ν 从0.28到0.40, 对A的影响是呈线性增大5%左右; 对B的影响是呈线性减小2.5%左右。被测材料泊松比 ν 对A系数的影响大些, 对B系数的影响小些。

(五) 结 论

以盲孔A、B系数的试验标定值为基础, 与通孔条件下基于Kirsch理论得到的四种A、B系数计算公式的计算值作了比较, 建议用式(10)计算A系数, 用式(6)计算B系数。这样在实际测量中, 若要求在不同材料上测量, 或者要求变更钻孔的孔径, 或者采用不同的应变花尺寸时A、B系数可借助于(10)式和(6)式计算, 不必每次进行标定试验。条件是 $H/D=1.2$, $r_m/a=2.5\sim 3.4$, 均匀应力场, 残余应力水平小于 $\sigma_r/3$ 。

参 考 文 献

- (1) A standard Method for Determining by the Hole-Drilling Method. A STM E837-81
- (2) Schajer G. S.; Application of Finite Element Calculations to Residual Stress Measurements. J. Eng. Mat. and Tech., 103, 157-163, 1981
- (3) Kabiri M.; Toward More Accurate Residual—Stress Measurement by the Hole-Drilling Method; Analysis of Relieved—strain Coefficients, Exp. Mech. (3), 1986
- (4) 陈惠南、廖泽沛: 盲孔法测量残余应力测试技术研究, 内部报告, 1982

A DISCUSSION OF CALCULATION OF COEFFICIENTS A AND B BY BLIND-HOLE-DRILLING METHOD

Chen Huinan

(Zhengzhou Research Institute of Mechanical Engineering)

(上接第20页)

参 考 文 献

- (1) 北京航空材料研究所: 航空金属材料疲劳裂纹扩展速率手册, 1984.
- (2) 航空部科技委员会: 飞机结构损伤容限设计指南, 1985.
- (3) A. J. Mcevily and R. P. Wei; Corrosion Fatigue: Chemistry, Mechanics and Microstructure. NACE-2, pp381~395, 1972
- (4) R. P. Wei et al; Mater. Res. & Stand., No. 7, 1963, pp25
- (5) J. C. Gallagher and R. P. Wei; Corrosion Fatigue. NACE 1972, pp409
- (6) I. M. Austen; Int. Mech. Eng., 1977, pp7
- (7) B. P. Wei; On Understanding Environment Enhanced Fatigue Crack Growth—A Fundamental Approach. ATM STP575, 1979
- (8) 六二一所裂纹扩展课题组: 40CrMnSiMoVA钢疲劳裂纹增长特性. 航空材料, 1979年, 第4期
- (9) 田铁忠等: 歼击机环境介质条件下裂纹扩展规律的试验研究与变幅载荷下的寿命估算, NJB 10007, 1983
- (10) 实用飞机结构设计手册第四分册. 损伤容限设计方法和许用值, 1984

THE CALCULATION AND REVISED METHOD FOR THE CRACK PROPAGATION OF CORROSION FATIGUE

Liu Xiaokun Wang Jianjun Fu Xiangjong

(Northwestern Polytechnical University)